

Dansk matematik – international eller isoleret?

Selv om dansk matematik først for alvor blev international efter udløbet af den her omtalte periode, er der god grund til at betragte nogle af de udviklinger, som ledte op til denne internationalitet, og til at diskutere, hvorledes matematikerne i 1800-tallets Danmark så sig selv i forhold til deres internationale kolleger. Da emnet er meget omfattende, ligger fokus her dels på Petersens internationale kontakter, og dels på den måde, hvorpå den nye matematiske stringens, der var udviklet i Tyskland – især i Berlin – blev optaget i Danmark.

Petersen, en af de fremtrædende danske matematikere, en tredjedel af *Triumviratet* og en aktiv lærebogsforfatter, var en matematiker, som på forbavsende måde både havde mange vigtige internationale kontakter og alligevel var ganske isoleret. Petersen havde kontakt og samarbejde med James Joseph Sylvester i England og Peter Ludvig Mejdell Sylow i Norge, han omgikkes franske matematikere som sine nære venner, deltog i konferencer

i Skandinavien såvel som i Tyskland og publicerede i tidsskrifter i Tyskland og Frankrig. Samtidig havde han to attituder, der til dels satte ham uden for den internationale topforskning: han var en problemløser, som ikke blev længe ved et emne, og han var bevidst utilbøjelig til at følge med i matematikkens nyeste udviklinger.²⁴

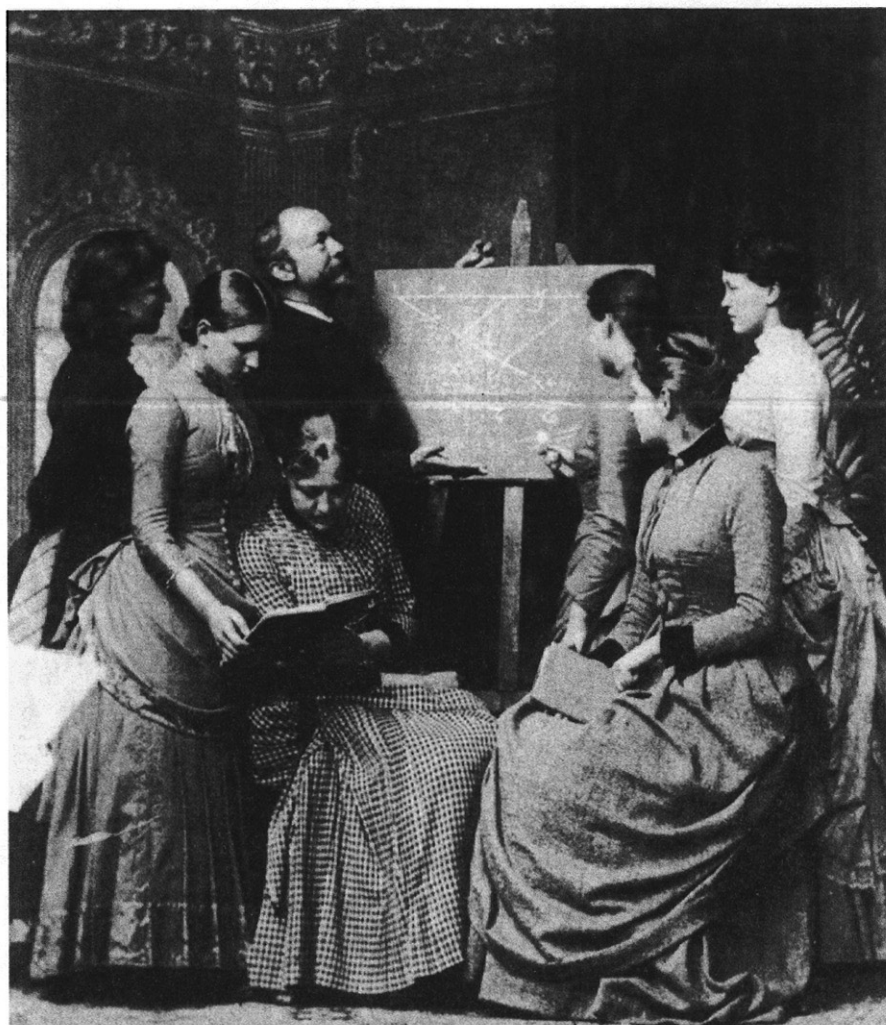
I modsætning til mange af sine kolleger havde Petersen oprindelig taget en realeksamen. Efter et par år på Polyteknisk Lærestalt besluttede han imidlertid at hellige sig matematikken, blev student og optaget på Københavns Universitet. Igennem sin tidlige karriere var han plaget af økonomisk trang kår, som tvang ham til omfattende undervisning for at forsørge sin familie. Disse erfaringer og hans oprindelige modvilje mod klassisk dannelse skulle senere profilere ham i undervisningssammenhænge og -diskussioner.

Petersens første matematiske interesse var geometrien og især de geometriske konstruktioner, der kan udføres med passer og lineal. Han fornyede dette klassiske problemområde ved at udvikle en teoretisk metode for en løsningprocedure, hvorefter han publicerede en lang række problemer, som lod sig løse med hans metode. Disse blev ofte først præsenteret i *Mathematisk Tidsskrift* og senere samlet i hans *Methoder og Theorier* fra 1866, der udkom i mange oplag og blev oversat til mange sprog: foruden hovedsprogene engelsk, tysk og fransk også til italiensk, spansk, russisk, polsk og hollandsk.²⁵ Dermed er *Methoder og Theorier* vel det danske matematiske værk, som er oversat og udgivet på flest forskellige sprog.

Fra de geometriske konstruktionsproblemer blev Petersen naturligt ledt til undersøgelser af, hvilke polynomiumsligninger der lader sig løse ved hjælp af kvadratrødder, da disse ligninger netop svarer til de geometrisk konstruerbare problemer. Denne algebraiske interesse, som først kom til udtryk i hans doktorafhandling, skulle komme til at præge en stor del af Petersens produktion og skaffe ham internationalt ry i form af bogen *De algebraiske Ligningers Theorie*, som blev oversat til tysk og fransk.²⁶ Petersen ville præsentere ligningsteori uden brug af gruppeteori.²⁷ Derved kom han til at arbejde med stort set samme matematiske arsenal som nordmanden Niels Henrik Abel i starten af 1800-tallet. Da dette gik op for Petersen, kom han i forbindelse med Sylow, datidens største Abel-ekspert. Sylow og Petersen havde allerede mødt hinanden ved et af de skandinaviske naturforsker-møder, og nu udsprang en korrespondance, i hvilken Sylow hjalp Petersen med henvisninger til den nyeste litteratur om Petersens emne og rettede en del af hans fejlslutninger.²⁸ Petersens korrespondance med Sylow viser et grundtræk i hans karriere: Gennem internationale kontakter blev Petersens forskning hjulpet fremad. Samtidig afslørede hans ringe kendskab til den nyeste internationale litteratur, et tema, som skulle dukke op gang på gang i Petersens professionelle virke.

Foruden sine bidrag til algebra og geometriske konstruktionsproblemer

7.5 Der kom flere kvinder i dansk matematik i løbet af perioden. En af Danmarks første kvindelige matematikere var Thyra Eibe, som blev cand.mag. i matematik i 1895. I 1895 var hun blandt Matematisk Forenings fem kvindelige medlemmer sammen med Elna Sarauw, der samme år havde taget magisterkonferens i matematik, og som senere under efternavnet Munch blev en aktiv kvindepolitisk debattør. Eibes danske oversættelse af Euklids Elementerne står stadig som et vigtigt bidrag til den danske matematiske litteratur. Forholdet mellem kønnene kom til udtryk i den matematiske undervisning – her i et glimt fra en privat manuduktion. Eibe sidder i ternet kjole i billedets venstre side.



lavede Petersen originale arbejder om økonomi, kryptologi og grafteori. Især hans pionerarbejde inden for grafteorien er i dag anset for meget vigtigt. I Petersens samtid blev det dog ikke rigtig forstået og værdsat. Billedet af Petersen som en bredt interesseret og lidt sporadisk matematiker fuldendes ved hans omfattende undervisningsgerning, som også bragte ham ind på såvel rationel mekanik som funktionsteorien. Til sidstnævnte knytter sig nogle enkelte bemærkninger, som ikke blot viser lidt om Petersens matematik, men også om optagelsen af nye tendenser fra udlandet i dansk matematik.

En af de store begrebsmæssige udviklinger inden for matematikken i slutningen af 1800-tallet var den såkaldte »stringens-bevægelse«, der søgte at indføre stringente argumenter i analysen og undgå at benytte geometrisk intuition eller formelle regninger. Internationalt var denne bevægelse centreret i Berlin omkring Karl T.W. Weierstrass. I Danmark havde Petersen i såvel sine lærebøger som sin egen forskning advokeret en anskuelig tilgang til matematik, og hans store beherskelse af sproget havde til tider ledt ham

ud i flotte formuleringer og sætninger, som ikke levede op til de højeste krav om stringens. Der tegner sig altså et billede af Petersen som en essentielt geometrisk eller algebraisk tænkende matematiker, som også beskæftigede sig med analysen.

Det blev Niels Nielsen, som i Danmark søgte at indføre Weierstrass' stringens. Nielsen så det i nogen grad selv som et korstog, som han også tog ind i diskussionen om matematikken i den lærde skole, efter han i 1903 blev undervisningsinspektør. Nielsen levede heller ikke altid selv op til sine høje krav om stringens, hvilket hans kolleger ikke undlod at bemærke, til tider med en vis nidkærhed.²⁹ Man kan spørge sig, hvad denne stringens skulle gøre godt for, men den var nødvendig, for at danskerne kunne følge med og bidrage internationalt. Selv om overdreven »doktrianisme« i matematik og politik burde undgås, var skridtet taget: Weierstrass' doktrin var kommet til Danmark. Senere, gennem Nielsen, Jensen og Harald Bohr, skulle funktionsteorien blive til et område, hvor danskerne også kunne begå sig på den internationale scene.

Den mest fremtrædende – internationalt, i hvert fald, – i *Triumviratet* var uden tvivl Zeuthen. Han og Petersen kendte hinanden fra deres fælles skoletid i Sorø. Men i modsætning til Petersen valgte Zeuthen en mere direkte karrierevej som matematiker: student, matematikstudium, magisterekksamen, et studieophold i Paris hos den franske geometer og matematikhistoriker Michel Chasles og siden doktordisputats. Zeuthen var i Paris i 1863 og 1864, indtil han blev kaldt hjem til militærtjeneste. Han nåede dog ikke uden for kasernen, før krigen mod Preussen var slut, og han igen kunne hellige sig matematikken. Opholdet i Paris, de mange personlige kontakter til yngre franske matematikere og den direkte inspiration fra den ældre Chasles var meget betydende for Zeuthens karriere og forskningsinteresser. Allerede inden den første afrejse til Paris havde Zeuthen orienteret sig i Chasles' geometriske værker. Via Chasles blev Zeuthen ledt til den såkaldte *antalsgeometri*, en gren af geometrien, hvis formål det er at angive antallet af forskellige løsninger til geometriske problemer uden nødvendigvis at angive konstruktioner. Zeuthen udviklede sig til at blive en af teoriens største eksperter.³⁰

Den historiske vending

Zeuthen modtog imidlertid også en anden varig inspiration fra Chasles. Den franske matematiker havde i 1837 udgivet sin oversigt over geometriens historie, og i 1860'erne, da Zeuthen besøgte ham, var han formentlig i gang med at forberede den andenudgave, som udkom i 1875. Chasles og Zeuthen delte således interesse for geometriens historie og for keglesnitslæren. Netop denne kombination ledte Zeuthen til selvstændige studier inden for mate-

matikhistorien. I antalsgeometrien arbejdede Zeuthen »syntetisk«, ligesom de klassiske græske matematikere havde gjort. Dette sammenfald af tilgange bragte Zeuthen til at betragte den klassiske græske geometri og dennes grundlag som fremstillet hos Euklid og Apollonios. Zeuthen bidrog med to bemærkelsesværdige konklusioner. For det første forklarede han vigtigheden af bøgerne II og VI af Euklids *Elementer* som »geometrisk algebra«, dvs. geometrisk ikklædning af algebraiske operationer, en observation han havde hentet fra den engelske matematikhistoriker P. Tannery.³¹ Endvidere fortolkede han de mange konstruktionssætninger i bog I som eksistensbeviser. Begge disse konklusioner bærer præg af at være noget ahistoriske. De er begge resultatet af, at den aktive matematiker fra slutningen af 1800-tallet læste tidligere kilder som matematik, snarere end som historie. De er dog stadig inspirerende og lærerige, og satte præg på diskussionerne om fortolkningen og forståelsen af den græske geometri igennem 1900-tallet.³²

Zeuthen bidrog også på anden vis til den klassiske græske matematiks historie i samarbejde med en anden dansk videnskabsmand, filologen Johan Ludvig Heiberg. Heiberg havde skrevet sin doktorafhandling om overleveringen af Archimedes' tekster, hvorefter han publicerede en tekstkritisk udgave af samme. Senere blev det også til tekstkritiske udgaver af mange andre klassiske matematiske forfattere. I Zeuthen fandt han en matematisk sparingspartner. Heibergs kritiske udgave af Euklid gav formentlig også stødet til, at Thyra Eibe, den første danske, kvindelige matematiker, udarbejdede en oversættelse af Euklids *Elementer* til dansk. Dette vakte også blandt undervisere interessen for Euklids værk i dets oprindelige udformning.³³ Zeuthens og Heibergs samarbejde nåede et klimaks, da Heiberg i 1906 genopdagede et ellers tabt manuskript, siden kendt som *Metoden*, af Archimedes. Dette manuskript beviste for Zeuthen, hvad han havde formodet, nemlig at de klassiske græske matematikere var i besiddelse af en form for opdagelsesmetode og en »geometrisk algebra«, som tillod dem at opdage de resultater, de så siden valgte at præsentere i en rent syntetisk form.³⁴

En mere sprudlende historisk præsentation af matematik dukkede imidlertid op i Danmark fra en måske uventet kant i slutningen af 1800-tallet. På Askov Højskole begyndte Poul la Cour at gøre forsøg med at inddrage matematik og naturvidenskab i højskoleundervisningen.³⁵ For at gøre matematikundervisningen forenelig med højskolens grundtanker udarbejdede la Cour en historisk matematik, vi ville kalde det en form for genetisk matematikundervisning, som ikke levede op til kravene om akademisk matematikhistorie.³⁶ La Cours fremstilling skulle primært hjælpe den studerende ved at præsentere matematikkens tilblivelse, om end rekonstrueret, i stedet for kun at vise den færdige, syntetiske form. Efter en første, duplikeret version fra 1881 udviklede la Cours sine noter til bogen *Historisk Matematik*, der udkom i 1888. La Cour havde blandt andet fået rådgivning fra Zeuthen,

der havde undervist i matematikkens historie ved universitetet siden 1876.³⁷ Således forenedes en historisk fremstilling af matematik med undervisnings-
tarvet. Og måske lod Zeuthen sig også overbevise af historiens betydning,
især for de kommende lærere. I hvert fald indgik matematikhistorie i under-
visningen til lærerembedseksamen fra denne eksamens indførelse i 1883.³⁸
Med Zeuthen blev matematikkens historie altså omkring 1880 et legitimt
forskningsfelt i Danmark, og efterhånden bragte *Mathematisk Tidsskrift* også
matematikhistoriske artikler, som det var blevet annonceret i 1865.

Samfundets og erhvervslivets matematik

En af de dybe forandringer, som professionaliseringen medførte, lå i forholdet mellem matematikeren og offentligheden. Mænd som Joh. Nic. Tetens, Andræ og Steen havde været matematikere og politikere eller administratorer, matematikere og offentlige personer.³⁹ Denne situation ændredes i løbet af perioden, således at der opstod en stadig større kløft mellem matematikken og det omgivende samfund. I de følgende udvalgte eksempler behandles forholdet mellem matematik og offentlighed ud fra fem forskellige synspunkter. Det overordnede billede, de giver, er af en matematik, som i kraft af sin rivende udvikling er blevet så specialiseret, at den kan synes verdensfjern, samtidig med at den er af allerstørste vigtighed for samfundets beståen.

Til de vigtigste statslige interesser i matematik og matematisk kompetence hører statistikken og forsikringsvidenskaben. I udlandet var statistikken omkring 1800 et middel til at indsamle og systematisere vigtige informationer for lovgivning og næringsliv. I løbet af det 19. århundrede blev behovet for basale demografiske data stadig mere anerkendt i Danmark, og mænd med matematiske begavelse blev inddraget i såvel indsamling som især analyse af disse oplysninger. Behandlingen af statistiske informationer hørte dog institutionelt og akademisk til tider under humanistiske fag, især historie, hvor også professoratet i statistik var placeret.⁴⁰ Således udgav historikeren og politikeren Gustav Bang i 1904 værket *Det danske Samfund i Skildringer og Tal*, i hvilket han netop argumenterede for statistikens rolle som oplysende om samfundets forhold og udvikling. Men før man kunne uddrage den slags lærdom, var det nødvendigt at have et solidt kendskab til naturen af den slags oplysninger, hvorfor statistik som en videnskab var nødvendig. Bangs værk var ikke det første af sin slags i en genre, som bedst betegnes *statistisk historie*. Statsstatistikken blev gjort tidssvarende, da Statens statistiske Bureau i 1895 blev omorganiseret under ledelse af Marcus Rubin. Dermed blev dette Bureau til en effektiv organisation for både indsamling og analyse af data.⁴¹

En af de første demografiske faktorer, som blev analyseret, var dødelighederne. Disse var afgørende for den matematiske modellering af livsforsikringsselskaber, som i Danmark var begyndt allerede med Tetens omkring 1800. I løbet af århundredet blev forsikringsmatematikken udviklet yderligere, og mange matematikere tjente i de såkaldte »videnskabelige direktioner« i de nye forsikringsselskaber som Hafnia, der blev oprettet i 1872. Hafnia beskæftigede og havde tilknyttet et betragteligt antal danske matematikere. Thiele udarbejdede forsikringsselskabets matematiske grundlag, Oppermann tjente som konsulent ved oprettelsen og fandt sin karriere inden for forsikringsverdenen, og i 35 år arbejdede Gram for firmaet. Igennem 1800-tallet løb flere forsikringsselskaber ind i finansielle kriser. For at sikre kundernes investering blev det nødvendigt at oprette det statslige godkendende organ Forsikringsrådet, i hvilket mange matematikere også tjente og stillede deres ekspertise til rådighed.

Forsikringsmatematikerne var uddannelsesmæssigt ikke til at skelne fra de øvrige matematikere på den tid. Forsikringsmatematikken blev ligesom den matematiske statistik først professionaliseret som en uafhængig disciplin i 1900-tallet.⁴² De bidrog aktivt til matematikken og deltog i aktiviteterne i Matematisk Forening og i *Mathematisk Tidsskrift* på lige fod med de »rene« matematikere. Selv om han var fuldtidsbeskæftiget i Hafnia, lavede Gram matematisk forskning, der i dag sikrer, at hans navn optræder i indledende kurser i lineær algebra som en af ophavsmændene til *Gram-Schmidt-ortogonaliseringsmetoden*, en central sætning i den lineære algebra.

Ikke kun statsstatistikken og forsikringsbranchen satte i stigende grad pris på matematisk kendskab og kundskab. Telefonindustrien husede sidst i 1800-tallet også nogle produktive matematikere; ingen med større international anerkendelse end J.L.W.J. Jensen. Han var begyndt at studere ved Polyteknisk Læreanstalt i 1876. Hurtigt veg han fra de forskellige polytekniske discipliner for i stedet at hellige sig matematikken. I 1881 blev han ansat ved Københavns Telefon Aktieelskab (KTAS) og i 1890 direktør for den tekniske afdeling, en stilling han beholdt, indtil han gik på pension i 1924. I hele sin professionelle karriere arbejdede Jensen både med anvendt og ren matematik. Han var således en meget aktiv bidragsyder til *Mathematisk Tidsskrift* og aktiv deltager i Matematisk Forening samt ved skandinaviske og internationale kongresser. Jensen arbejdede med funktionsteori og rækketeori og publicerede i 1899 en artikel om »Riemann-hypotesen« i *Acta Mathematica*. Jensen vakte sine kollegers forundring ved i 1911 at annoncere afgørende fremskridt med denne notorisk svære og centrale hypotese. Dette var så bemærkelsesværdigt, at den danske dagspresse skrev om det.⁴³ Jensen publicerede imidlertid aldrig noget om sit fremskridt. Efter hans død gennemgik man hans noter for at finde eventuelle spor. Noget kom der ud af det, men intet bevis for »Riemann-hypotesen«.

I 1906 udkom også i *Acta Mathematica* Jensens arbejde om en ulighed for konvekse funktioner, som generaliserede en række kendte uligheder. Herfra stammer *Jensens ulighed* – endnu et vigtigt bidrag til den rene matematik ydet af en dansk, ikke-universitets-matematiker – som i en årrække har »prydet« brevpaper fra Institut for Matematiske Fag ved Københavns Universitet. Ved KTAS virkede matematikeren Agner Krarup Erlang også som videnskabelig medarbejder. Erlang benyttede sin matematiske kompetence til at analysere ventetiderne på et telefonsystem og opstille den såkaldte matematiske trafikteori, inden for hvilken der i dag er en enhed kaldet en *erlang*.

Der tegner sig således en skitse af Hafnia, KTAS og enkelte tilsvarende private virksomheder som store anvendere af matematik i begyndelsen af 1900-tallet. Virksomhederne stimulerede i nogen grad deres ansatte til at udføre matematisk forskning og hyrede især matematikere for deres evner til at tænke systematisk og analytisk. Matematikerne i forsikrings- og telefonindustrien delte meget af deres professionelle identitet med deres kolleger ved de højere læreanstalter, med hvem de også havde kontakter. Nogle af dem formåede endda at bidrage også til den akademiske matematik og hævde et internationalt navn for sig selv.